

XIV

Proč se tisíc doktorů
spletlo u tří dveří?

Po této kapitole napišes předpověď dřív, než pustíš simulaci — a když se rozejdou, uvěříš běžícímu kódu, ne své jistotě. A poznáš, že o pravdě tří dveří nerozhoduje, co vidíš, ale jak to vzniklo.

Zbabrala jste to, a zbabrala jste to pořádně! Je v této zemi dost matematické ngramotnosti i bez toho, aby ji šířil nejvyšší IQ na světě. Styďte se!

— Scott Smith, PhD, University of Florida — dopis Marilyn vos Savantové,
„You blew it, and you blew it big!“ · dopis do rubriky Ask Marilyn, Parade 1990

Deset tisíc dopisů paní Savantové

Devátého září 1990 přišla do rubriky *Ask Marilyn* v nedělní příloze *Parade* nevinná otázka čtenáře. Zněla takhle: jsi v televizní soutěži a máš před sebou tři dveře. Za jedněmi je auto, za druhými dvěma koza. Vybereš si dveře — řekněme jedničku. Moderátor, který ví, co je za kterými, otevře jiné dveře — řekněme trojku — a je za nimi koza. A zeptá se tě: chceš změnit svou volbu na dvojku? Vyplatí se přesednout?

Marilyn vos Savantová — žena, kterou *Guinnessova kniha rekordů* tehdy vedla jako držitelku nejvyššího naměřeného IQ na světě — odpověděla jednou větou: ano, přesedněte; měníte-li, vyhrajete ve dvou třetinách případů, zůstáváte-li, jen v jedné třetině. Odpověď je správná. A strhla se bouře, jakou americká žurnalistika o počtech nezažila.

Podle jejího vlastního odhadu jí přišlo kolem deseti tisíc dopisů, z toho zhruba tisíc od lidí s doktorátem. Naprostá většina jí sdělovala, že se mýlí — a mnohé dopisy nebyly zdvořilé. Robert Sachs, profesor matematiky na George Mason University, jí napsal prostě „Zbabrala jste to!“; jiný, že „jste ta koza“. E. Ray Bobo z Georgetownu se ptal: „Kolik rozhořčených matematiků ještě potřebujete, aby vám to došlo?“ A doktor Scott Smith z Floridské univerzity otevřel svůj dopis slovy, která dnes stojí v čele téhle

kapitoly. Byli to lidé se vzděláním, na které se ve své profesi právem spoléhali. A skoro všichni se mylili — o úloze, kterou lze rozhodnout za odpoledne kusem kódu.

Nejlepší na tom je, koho ta úloha dostala taky. Andrew Vázsonyi, matematik a Erdősův přítel, ji jednou předložil samotnému Paulu Erdősovi — muži, který podepsal patnáct set matematických prací a jehož jméno nese pojem „Erdősovo číslo“. Erdős odpověď odmítal. Vázsonyi mu ji vysvětloval slovy, kreslil, argumentoval — Erdős se rozčiloval. Teprve když Vázsonyi roku 1995 pustil na počítači simulaci metodou Monte Carlo a nechal ji odehrát hru mnohotisíckrát, Erdős kapituloval — a to *grudgingly*, s nevolí. Fakt přijal; spokojený nebyl. Chtěl totiž pořad VĚDĚT PROČ, a to mu běžící kód neřekl. Přesně tuhle scénu Vázsonyi popsal v knize *Which Door Has the Cadillac?* z roku 2002.



Než tuhle úlohu rozebereme, jedno přiznání a jedna útěcha. Přiznání: až tě za pár odstavců napadne „vždyť je to přece padesát na padesát“, nejsi hloupý — jsi ve výtečné společnosti tisícovky doktorů a jednoho z největších matematiků dvacátého století. Útěcha: všechny je nakonec smířil s pravdou jeden a tentýž lék — ne chytřejší argument, ale běžící kód. To je celá tahle kapitola: úloha, na které se dá vidět, jak se mylí i ti nejlepší, a jak přesně je metoda vrací na zem.

Tři dveře pomalu a poctivě

Postavme tu scénu znovu, krok za krokem, a nespěchejme. Tři dveře. Za jedněmi auto, za dvěma kozy — rozmístěné náhodně, ty nevíš jak. Vybereš si jedny dveře; nech to být jednička. V tuhle chvíli je tvoje šance na auto poctivě jedna ku třem, na tom se neshodneme jen my dva, ale i celá tisícovka doktorů. Zatím je všechno v pořádku.

A teď to hlavní. Moderátor přistoupí ke zbylým dveřím a jedny otevře. Za nimi je koza. Nabídne ti: chceš zůstat u jedničky, nebo přesehnout na ty třetí, dosud zavřené? Tvůj mozek v té chvíli udělá naprosto přirozenou věc. Řekne si: zbyly dvoje dveře, za jedněmi auto, za druhými koza — tak je to přece padesát na padesát, a přesehat nemá cenu. Ten pocit je tak silný, že mu podlehla tisícovka doktorů. Pojdme přesně najít, kde lže.

Lže v jednom nevysloveném předpokladu: že ty dvoje zbylé dveře jsou si rovný. Nejsou. Jedny z nich sis vybral ty — naslepo, s šancí jedna ku třem, že máš auto. Druhé zbyly po tom, co moderátor *úmyslně a s plnou znalostí* odklidil jednu kozu. A v tom „úmyslně a s plnou znalostí“ je celý trik: **moderátorova ruka nese informaci**. On není náhoda.

Prameny: sloupek Ask Marilyn, Parade, 9. 9. 1990 (a odpovědi na reakce v následujících vydáních 1990–91); čísla 10 000 dopisů a 1 000 od doktorů jsou odhad samotné vos Savantové, nezávisle neauditovaný. Epizoda s Erdősem: A. Vázsonyi, Which Door Has the Cadillac? (2002); simulace proběhla 1995.

Úloha se jmenuje po Montym Hallovi, moderátorovi americké soutěže Let's Make a Deal. Sam Hall později v rozhovoru pro New York Times potvrdil, že vos Savantová má pravdu — a dodal, že ve skutečné show nemusel dveře otevírat vůbec; o tom až za chvíli.

On ví, kde je auto, ví, kde jsou kozy, a mezi zbylými dveřmi vybírá tak, aby otevřel vždycky kozu — nikdy auto.

Proč to mozek přehlédne? Protože počítá to, co *vidí* teď: dvoje zavřené dveře, jedna výhra. Dvě možnosti, jedna dobrá — a odtud je to k „padesát na padesát“ jen krůček, který se udělá sám. Mozek nevidí to, co *neproběhlo*: těch dvě třetiny minulostí, v nichž jsi ukázal na kozu a moderátor byl svým vynuceným tahem přinucen ti auto naservírovat. Přítomná scéna je stejná ať tak, či tak; rozdíl leží v cestách, které k ní vedly, a ty už jsou pryč. Je to táž slepota, kterou jsme viděli u nevrácných letadel: počítáme z toho, co je před námi, a zapomínáme na to, co se do obrázku nedostalo.

Sleduj, co to dělá. Ve dvou třetinách případů jsi hned napoprvé minul a ukázal na kozu. V těch případech moderátor *nemá na vybranou*: druhá koza a auto zbyly na jeho straně, on musí odklidit tu druhou kozu — a za posledními zavřenými dveřmi tím pádem zůstane auto. Ve dvou ze tří rozehraných her ti tedy předsednutí donese auto přímo do klína. Jen v té jedné třetině, kdy jsi napoprvé skutečně trefil auto, tě předsednutí připraví o výhru. Předsednout je sázka „vsadím, že jsem se prvním tipem netrefil“ — a netrefit se dá dvakrát snáz než trefit.

Rozepíšme to úplně natvrdo, po případech, ať to vidíš na prstech. Řekněme, že sis vybral dveře číslo jedna, a projdeme všechny tři možnosti, kde je auto:

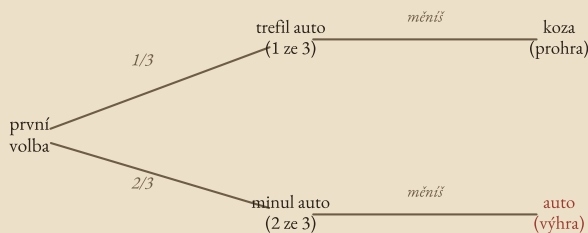
TEENAGER · MECHANISMUS

Vybral jsi dveře 1. Tři stejně pravděpodobné světy:

auto za 1	→	moderátor odkryje 2 nebo 3 (kосу)
		nechávám: VÝHRA měním: prohra
auto za 2	→	moderátor MUSÍ odkrýt 3 (koza)
		nechávám: prohra měním: VÝHRA
auto za 3	→	moderátor MUSÍ odkrýt 2 (koza)
		nechávám: prohra měním: VÝHRA

Sečti sloupce: „nechávám“ vyhraje v 1 ze 3 světů, „měním“ ve 2 ze 3. Všimni si těch dvou řádků s velkým **MUSÍ**: tam moderátor nemá na výběr, a právě tam jeho vynucený tah předává auto tomu, kdo mění. Kdyby otevíral náhodně, ty dva řádky by se rozpadly — a s nimi celý rozdíl.

Nevyslovené předpoklady úlohy, bez nichž neplatí: auto je umístěno náhodně; moderátor vždy otevře nějaké dveře a vždy za nimi ukáže kozu; a když má na výběr (trefil jsi auto), volí mezi dvěma kozami náhodně. Marilyn je později doplnila do sloupku — protože přesně na jejich vynechání stálo hodně sporů.



strategie „MĚNÍM“ probíráje jen v 1 ze 3 případech, vyhraje tedy 2/3

Rozhodovací strom celé hry. Vlevo tvá první, slepá volba: trefíš auto jen v jedné třetině. Vpravo, co s tebou udělá strategie „měním“ poté, co moderátor odkryl kozu. Sanguine větev je jediná, kde měnící vyhrává — ale vede k ní tlustější, dvoutřetinová cesta.

Pořád ti pocit „padesát na padesát“ nedá spát? Zkus stejnou hru zvětšit, protože v malém se ta lež schová snáz. Představ si ne tři dveře, ale sto. Za jedněmi auto, za devětadevadesáti kozy. Ukážeš na jednu — šance jedna ku stu, že jsi trefil, o tom se snad nepřeme. A teď moderátor, který ví, kde je auto, otevře *osmádevadesát* ze zbylých dveří, za všemi kozy, a nechá zavřené jen tvoje a jednu jediné další. Přesedneš? Teď to najednou cítíš: samozřejmě že ano. Tvoje dveře jsou skoro jistě jedna z těch devětadevadesáti chyb; ty jedny, které moderátor pečlivě obešel, jsou skoro jistě auto. Nezměnilo se nic než počet — a to, co u tří dveří pocit přehluší, u sta už křičí: moderátor svým výběrem odklidil všechnu nejistotu na tvoje dveře. U tří dveří dělá totéž, jen tišeji.

Sto dveří není jiná úloha — je to táž úloha se zesíleným efektem. U tří dveří přesednutí zvedne šanci z 1/3 na 2/3; u sta z 1/100 na 99/100. Čím víc dveří moderátor vědomě obejde, tím víc informace jeho ruka nese.

To je celé. Žádná vyšší matematika, jen poctivé přepočítání možností. A přesto — a tohle je vrchol, kvůli kterému úloha stojí za kapitolu — tohle poctivé přepočítání tisícovka doktorů buď neudělala, nebo mu neuvěřila. Vzpomeň si na omyly nejchytřejších, o kterých už řeč byla: N-paprsky viděly stovky francouzských fyziků, kuň Hans oklamal komisi psychologů. Tady je to potřetí, a znovu bez špetky posměchu — protože ten pocit „padesát na padesát“ máme úplně stejně jako oni. Tohle je nejcennější, co si od tří dveří odneseš: **nejchytřejší lidé planety skončili v jednom pytlí s námi**. Ne kvůli hlouposti — kvůli tomu, že intuice čte scénu očima a nevidí v ní ruku moderátora jako zdroj informace. Titul, IQ ani počet publikací proti té slepotě nechrání; Erdős měl všechno tři a spletl se taky.

A tady je pointa, kvůli které je tahle kapitola v knize o vibe codingu: tu tisícovku doktorů i Erdőse nakonec smířil s pravdou jeden a tentýž lék — ne chytřejší hlava, ale **kus běžícího kódu**. Autorita se hádala dopisy pět měsíců; simulace spor rozhodla za odpoledne. To je celý slib téhle knihy v jedné historce: když si nejsi jistý — a nikdy si nebuď příliš —, nediskutuj o tom, kdo má vyšší titul. Odehraj to. K tomu odehrání teď pojďme.

Nevěř, simuluj — ale předpověď napiš první

Máme dvě možnosti, jak si být jistí. Buď věřit tomu přepočítání nahore — jenže právě jsme viděli, že přepočítání lidem nestačí, protože pocit křičí hlasitěji než tabulka. Nebo hru prostě odehrát. Ne třikrát, ne stokrát — desettisíckrát, a spočítat, jak často která strategie vyhraje. Počítač to zvládne dřív, než dočteš tenhle odstavec. Tomuhle přístupu — „nech náhodu běžet mnohokrát a sečti výsledky“ — se říká simulace metodou Monte Carlo, a je to přesně ten lék, kterým Vázsonyi zlomil Erdőse.

Ale než ji pustíme, jedna věc, a je to nejdůležitější věta téhle kapitoly. V kapitole o stěžni jsme si slíbili pakty — pravidla, která si dáme dřív, než nás pokoušení dostane. Tady se první z nich splní úplně doslova: **napiš svou předpověď PŘED tím, než pustíš kód**. Napiš si teď, na papír nebo do komentáře, dvě čísla: kolik procent her podle tebe vyhraje strategie „měním“ a kolik „nechávám“. Napiš to i tehdy — hlavně tehdy —, když ti to pořád připadá jako padesát na padesát. Protože jestli to nenapišeš teď, paměť ti po odhalení výsledku šikovně namluví, že jsi to vlastně věděl. Tomu se v téhle knize říká klam, který nás stál kapitolu čtyři: pocit, že jsme rozuměli, roste *po* tom, co vidíme odpověď.

Máš? Tak pojďme napsat tu simulaci. Nepotřebuje žádné knihovny, žádnou matematiku — jen umět zamíchat, vybrat a počítat. Klidně ji nech napsat Claudovi; na tom nezáleží. Záleží na tom, že jsi svou předpověď napsal dřív.

→ kap. 8: pakt = smlouva s budoucím já.
Predikce zapsaná před experimentem je
nejlevnější z nich a splní se právě tady poprvé.

→ kap. 4: bez zapsané předpovědi ti zpětný
pohled („to jsem přece tušil“) sebere z
experimentu veškerou důkazní sílu.

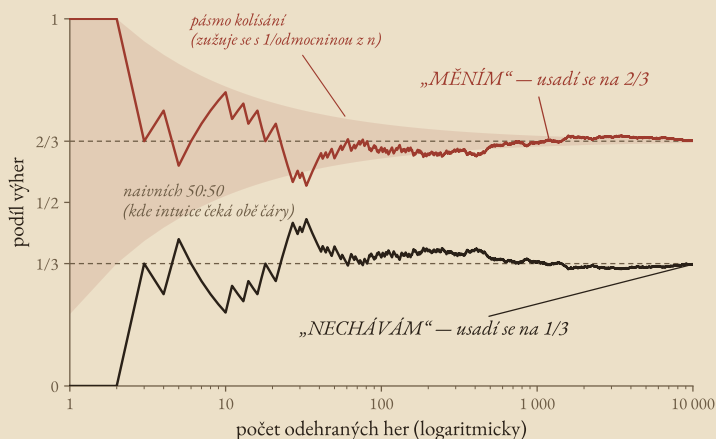
Jedna hra, poctivě podle pravidel — a pak deset tisíc her ve smyčce:

```
hra_monty(měním):
    auto = náhodně z {1, 2, 3}
    volba = náhodně z {1, 2, 3}
    # moderátor VÍ: odkryje kozu, kterou hráč
    nedrží
    odkryté = náhodně z {1,2,3} \ {volba, auto}
    if měním:
        volba = zbylé zavřené dveře
    vrať (volba == auto)

výhry = 0
pro i od 1 do 10 000:
    if hra_monty(měním = pravda):
        výhry += 1
vypiš výhry / 10 000 # podíl výher „měním“
```

Všimni si řádku s moderátorem: vybírá kozu, kterou hráč nedrží — to je ta „ruka nesoucí informaci“ přepsaná do jednoho příkazu. Vyměň ji za „odkryje náhodné zavřené dveře“ a máš úplně jinou hru; k té se za chvíli vrátíme.

Pustíš to a stane se tohle. Deset her ti nic pořádného neřekne — vyjde třeba šest ku čtyřem, nebo klidně čtyři ku šesti; na tak krátko náhoda skřípe a odhad poskakuje. Sto her a už to začne mít tvar: „měním“ vyhrává kolem šedesáti až sedmdesáti ze sta. A deset tisíc her? Podíl výher se usadí těsně u dvou třetin pro „měním“ a u jedné třetiny pro „nechávám“ — a zůstane tam. Ne padesát na padesát. Nikdy ne padesát na padesát.



Hrdinský graf kapitoly. Vodorovná osa je logaritmická: každý dílek je desetkrát víc her. Zkraje odhad divoce poskakuje, pak bo pásma kolísání (1/odmocnina z počtu her) svírá jako zužující se soutěska ke dvěma třetinám, resp. jedné třetině. Naivních 50:50 leží přesně mezi oběma čarami — tam, kde intuice čekala obě, a kde ve skutečnosti neleží ani jedna. Data: 10 000 her, seed 14.

Tohle je ta chvíle, pro kterou stojí za to programovat. Nemusel jsi věřit mně, ani vos Savantové, ani rozhodovacímu stromu. Nevěřil jsi ničemu — *odehrál jsi to*. A jestli ti tvoje zapsaná předpověď říkala „padesát na padesát“, právě jsi vlastníma rukama vyrobil důkaz, že se pleteš, a máš ho černé na bílém. Nemusel ses hádat s tisíčovkou doktorů; stačilo, žes je nechal prohrát ve statistice. Přesně tímhle Vázsony zlomil Erdőse — a Erdőse to, vzpomeň si, uspokojilo jen zcela: viděl, ŽE je to pravda, ale pořád nechápal PROČ. Těmhle rozdíl mezi „vidím, že to platí“ a „vím, proč to platí“ je hranice mezi teenagerovou dílnou a Einsteinovou věží; do věže za chvíli vylezeme právě proto, abychom Erdősovi vyhověli.

■ DEMO

lesk-a-bida-vibecodingu.gaussalgo.com/d/monty

Hraj sám vs. pusť 10 000 her a sleduj, jak se výhra usadí na dvou třetinách.



A tady je ta dobrá zpráva, kvůli které za to celé stojí: rozhodčí, který smířil Erdőse i tisíčovku doktorů, ti dnes leží v kapse. Odehrát deset tisíc her stojí zlomek vteřiny a pár řádků, které ti napíše i asistent. Poprvé v dějinách má každý po ruce laboratoř, v níž si spor o pravdu vybojuje sám — nemusíš věřit autoritě, ani té s nejvyšším IQ na světě. Stačí umět položit otázku tak, aby ji stroj mohl odehrát. To je celá tahle kniha v jedné větě.

Když moderátor jen zakopne

A teď to nejzajímavější, past, kterou si tisíčovka doktorů ani nevšimla, protože se hádala o něco jiného. Zeptejme se: co kdyby moderátor *nevěděl*, kde je auto? Představ si, že po tvé volbě zakopne o kabel, padne na jedny z nezvolených dveří, ty se náhodou rozletí — a za nimi, čirou náhodou, koza. Scéna vypadá na chlup stejně jako předtím: stojíš před svou volbou a jedněmi otevřenými dveřmi s kozou. Otázka zní stejně: vyplátí se přesednout?

A teď to překvapení: tentokrát ne. Tentokrát je to *opravdu* padesát na padesát. Stejná scéna, stejné otevřené dveře, stejná koza — a přesto úplně jiná odpověď. Těhle variantě se říká **Monty Fall**, „Monty zakopl“, a je to nejhlubší věc, kterou tě tři dveře můžou naučit.

Proč ten rozdíl? Vždyť oba případy končí stejně — koza za otevřenými dveřmi. Rozdíl není v tom, co vidíš. Rozdíl je v tom, *jak ta koza vznikla*. U pravého Montyho ta koza za otevřenými dveřmi není náhoda: moderátor ji tam ukázal schválně, protože musel, a tím ti prozradil něco o zbylých dveřích. Když zakopne, koza za otevřenými dveřmi je čirá náhoda, která ti neprozradí nic — mohlo tam totiž stejně dobře padnout auto a tahle konkrétní hra by pak vypadala jinak. Případy, kdy

Monty Fall — variantu zavedl a pojmenoval Jeffrey Rosenthal: „Monty Hall, Monty Fall, Monty Crawl“, Math Horizons 16(1), 2008. Moderátor otevře náhodně zavřené dveře; když se náhodou trefí do auta, hra se do vzorku „viděl jsem kozu“ vůbec nedostane.

zakopnutím odkryl auto, ze svého počítání *nezabazuješ jen tak* — a právě jejich existence mění vše.

To ti nezní povědomě jen náhodou. Přesně tohle byla nejhlubší věta minulé kapitoly: **o pravdě nerozhoduje, co v datech vidíš, ale protokol, kterým vznikla.** Dvě identické scény — koza za otevřenými dveřmi — nesou dvě různé pravdy, protože za jednou stojí vědoucí ruka a za druhou zakopnutí. Bombardéry, kuřacky, nemocnice: tam jsme čísla měli spočítaná správně a přesto lhala, protože jsme neznali síto, kterým prošla. Tady je to síto vidět v přímém přenosu — je jím moderátorova hlava. Tři dveře jsou celá kapitola třináct zhuštěná do jedné soutěže.

Simulaci si klidně napiš i pro Monty Falla — stačí ten jediný řádek s moderátorem: místo „odkryje kozu, kterou hráč nedrží“ napiš „odkryje náhodné zavřené dveře, a když je za nimi auto, tuhle hru zahod“. Pusť deset tisíc her a podíl výher „měním“ se tentokrát usadí na jedné polovině, ne na dvou třetinách. Změnil jsi jeden řádek — proces vzniku dat — a odpověď se překloupila. To je reflex, který si z téhle kapitoly odnes navždy: **nejdřív se ptej, jak data vznikla; teprve pak, co říkají.**

→ kap. 13: protokol vzniku dat rozhoduje o závěru. Monty Fall je tentýž princip bez statistického maskování: stejná pozorovaná data, jiný proces, jiná pravda. Tady se ta nit dá nejen pochopit, ale i odebrát.

Věž: proč likelihood závisí na procesu

Erdős chtěl vědět PROČ. Tady je to proč, poctivě a formálně — a uvidíš, že Monty Hall a Monty Fall se liší přesně v jednom čísle, které nezávisí na datech, ale na tom, jak vznikla.



Bayes pro pravého Montyho. Vybral jsi dveře 1. Označ A_i jev „auto je za dveřmi i “; předem $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 1/3$. Moderátor otevře dveře 3 a ukáže kozu; nazvi to M_3 . Chceme $P(A_1 | M_3)$ (vyplatí se zůstat?) a $P(A_2 | M_3)$ (vyplatí se přesednout?). Klíč je *likelihood* — pravděpodobnost, že moderátor otevře právě trojku, v každém světě:

- Auto za 1 (trefil jsem): moderátor volí mezi 2 a 3 náhodně, $P(M_3 | A_1) = 1/2$.
- Auto za 2: moderátor *musí* otevřít 3 (jedničku držím, dvojku skrývá auto), $P(M_3 | A_2) = 1$.
- Auto za 3: moderátor by odkryl auto, to nesmí, $P(M_3 | A_3) = 0$.

Bayesova věta pak dává

$$P(A_1 | M_3) = \frac{1/2 \cdot 1/3}{1/2 \cdot 1/3 + 1 \cdot 1/3 + 0} = \frac{1}{3},$$

a tudíž $P(A_2 | M_3) = 2/3$. Zůstat = $1/3$, přesednout = $2/3$. Všimni si, kdo tu práci udělal: ta jednička u $P(M_3 | A_2) = 1$. Vynucený tah moderátora je nejsilnější svědek ve prospěch přesednutí.



Bayes pro Monty Falla. Tatáž data — trojka otevřená, koza za ní — ale moderátor *neví* nic a otevírá náhodně jedny z nezvolených dveří. Pak likelihood „otevřel trojku a byla za ní koza“ je v každém světě jiný:

- Auto za 1: obě nezvolené dveře (2 i 3) skrývají kozu; otevře 3 s pravd. $1/2$ a koza je jistá — $P(M_3, \text{koza} | A_1) = 1/2$.
- Auto za 2: otevře 3 s pravd. $1/2$ a koza je jistá — $= 1/2$.
- Auto za 3: otevře 3 s pravd. $1/2$, ale byla by za ní *auto*, ne koza — $= 0$.

Bayes:

$$P(A_1 | M_3, \text{koza}) = \frac{1/2 \cdot 1/3}{1/2 \cdot 1/3 + 1/2 \cdot 1/3 + 0} = \frac{1}{2}.$$

Zůstat i přesednout = $1/2$. Skutečně padesát na padesát — tentokrát měla intuice pravdu, ale ze špatného důvodu.



Kde se ty dvě úlohy rozešly. Data jsou v obou identická: dveře 3 otevřené, koza. Rozešly se v likelihoodu světa „auto za 2“ — u pravého Montyho 1, u Monty Falla 1/2. A ten rozdíl nepřišel z dat; přišel z *procesu*, který data vyrobil: vědoucí ruka versus zakopnutí. Tohle je obecný a nejdůležitější závěr, širší než tři dveře: **likelihood — a s ním celý posterior — nezávisí jen na tom, co jsi viděl, ale na pravidlech, jimiž ses to dozvěděl.** Táž pozorovaná koza znamená jednou 2/3 a jednou 1/2. Kdo počítá jen z dat a neptá se na jejich rodný list, dosadí špatný likelihood — a s železnou logikou dojde ke špatné jistotě. Přesně tenhle hřích páchala regrese na nevrácených letadlech.

→ kap. 13: „dvě identické tabulky s různou historií nesou různé pravdy.“ Tady je to táž věta v jazyce pravděpodobnosti: dvě identická data s různým likelihoodem nesou různý posterior.



Proč deset tisíc her a ne deset. Simulace neměří pravděpodobnost — *odhaduje* ji z konečně mnoha her, a odhad má rozptyl. Podíl výher z n nezávislých her je průměr n nul a jedniček; jeho směrodatná odchylka klesá jako

$$\text{chyba odhadu} \approx \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \propto \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Pro $p = 2/3$ to znamená: u 100 her je typické kolísání kolem $\pm 4,7$ procentního bodu, u 10 000 her už jen $\pm 0,47$. Chceš-li desetkrát přesnější odhad, potřebuješ *stokrát* víc her — to je ta zužující se soutěska na hrdinském grafu. A je to i předzvěst: až v kapitole 21 z téhle simulace uděláme veřejnou službu, tentýž vzorec $1/\sqrt{n}$ nakreslíme na živý dashboard a budeme na něm hlídat, kdy už se výsledek „usadil“ dost na to, aby se mu dalo věřit.

→ kap. 21: interval $\sim 1/\sqrt{n}$ na dashboardu; → kap. 22: zákon velkých čísel a centrální limitní věta dají téhle „soutěsce“ jméno a míru. Simulace je jen experiment (kap. 9) opakovaný, dokud se šum nevykrátí.

Zárodek capstonu

Tahle simulace není cvičná úloha, kterou po přečtení zahodíš. Je to **zárodek závěrečného projektu celé knihy.** Řekněme to na rovinu: to, co jsi právě odehrál — pár desítek řádků, které mnohotisíckrát rozehrájí hru a sečtou výhry — vezmeme v dějství o inženýrství a proměníme v produkční systém. Nasadíme ho jako veřejnou službu s dashboardem, na kterém se každému návštěvníkovi před očima usazuje 66,7 % — živý, běžící důkaz matematiky, kterou tisícovka doktorů popírala. Otestujeme ho, zverzujeme, kontejnerizujeme a spustíme tak, aby běžel, i když se nikdo nedívá.

Proč zrovna tři dveře? Protože spojují všechno, co dějství VĚDEC učilo, do jednoho běžícího artefaktu: predikci zapsanou předem (pakt

→ kap. 21: „hračka běží, když se díváš; produkce běží, když spíš.“ Simulace tří dveří je ta hračka; capstone je její produkční podoba.
→ část II: postavíme ji skutečnými nástroji, krok za krokem.

z kap. 8), simulaci jako experiment (kap. 9), model s jasnými pravidly (kap. 10), hloupého soupeře „nechávám“, kterého je třeba porazit (kap. 12), protokol vzniku dat (kap. 13), Bayesův update (tahle věž) a rychlost konvergence (předzvěst kap. 21). Až tu službu v části II postavíš vlastníma rukama, nebude to úloha z učebnice — bude to shrnutí knihy, které běží.

Co si odnést od tří dveří

Tři věci, každá větší než ta předchozí.

První, malá: u Montyho Halla přeseď. Vždycky. Zdvojnásobíš si šanci a prohraješ jen v té jedné třetině, kdy jsi napoprvé trefil — a s tou se dá žít.

Druhá, větší: **nevěř, simuluj — ale předpověď napiš první**. Když ti pocit a výpočet nesouhlasí, nehádej se s pocitem slovy; odehraj to. Deset tisíc her rozhodne spor, který tisícovka doktorů nedokázala urovnat dopisy. A zapsaná předpověď je to, co z odehrání dělá důkaz, a ne dodatečné přikyvování. Tohle je tvůj první splněný pakt: napiš předpověď, PAK spust.

Třetí, největší: **ptej se, jak data vznikla, dřív než co říkají**. Monty Hall a Monty Fall vypadají identicky a mají opačné odpovědi, protože se liší jen procesem — vědoucí ruka versus zakopnutí. Táž koza, dvě pravdy. Vezmi si tenhle reflex k modelu, k dashboardu, k jakémukoli číslu, které ti někdo — nebo něco — položí na stůl: než uvěříš tomu, co vidíš, zeptej se, jaký proces to vyrobil. Protokol rozhoduje. To je most, po kterém jsme sem přišli z kapitoly třináct, a odneseme ho až do produkce.

„Jak bych poznal, že se pletu?“

Konkrétní test k této kapitole máš rovnou v ruce, protože je to kód. Napiš (nebo si nech napsat) simulaci Montyho Halla — ale *dřív*, než ji pustíš, запиš si dvě čísla: kolik procent vyhraje „měním“ a kolik „nechávám“. Pak pusť deset tisíc her. Tvrdím, že „měním“ se usadí kolem 66,7 % a „nechávám“ kolem 33,3 %; vyjde-li ti obojí kolem padesáti, buď máš v simulaci chybu (nejspíš moderátor otevírá náhodně, ne se znalostí), nebo se plete kapitola — a v tom případě chci vidět tvůj kód. A druhá, tvrdší půlka testu: přepiš ten jediný řádek s moderátorem na „otevírá náhodně a hru s odkrytým autem zahod“. Tvrdím, že teď se „měním“ usadí na padesáti procentech. Vyjde-li ti pořád 2/3, spletl ses v protokolu — a spletl ses přesně tam, kde se pletli ti, kdo v datech neviděli, jak vznikla.