

X

Co je vlastně model — a jak se čára naučí předpovídat?

Po této kapitole víš, že model je mapa, ne území — zjednodušení světa, které platí nájem predikcemi — a že „učení“ znamená jediné: hledání parametrů, při kterých je chyba nejmenší.

⌚ batole — hlavní tok, čte každý

⚙ teenager — dílna, mechanismus

🧠 einstein — věž, matematika

Tři hloubky téže kapitoly: stejný pergamen, tři čtenáři.

Všechny modely se mýlí, ale některé jsou užitečné.

— George E. P. Box, „All models are wrong, but some are useful.“ · 1979
(myšlenka 1976, JASA)

Mapa, která lhala správně

Harry Beck kreslil pro londýnské metro elektrická schémata. Nebyl kartograf, nebyl umělec — byl kreslič z kanceláře signálního inženýra, člověk zvyklý redukovat spleť drátů na čitelný diagram. A když se ve volné chvíli podíval na tehdejší mapu podzemky, uviděl přesně tu spleť: geograficky poctivé čáry kopírovaly každou zatáčku tunelu, centrum se slévalo do nečitelného uzlu a konečné stanice padaly z okraje papíru.

Tak udělal to, co dělá kreslič schémat. Vyhodil geografii. Trati narovnal do vodorovných, svislých a šikmých čar, stanice rozsadil v pravidelných rozstupech jako součástky na schématu a z celého Londýna nad hlavou nechal jediný orientační bod: Temži. Návrh z roku 1931 mu vedení vrátilo — příliš radikální. Cestující prý chtějí mapu, která odpovídá městu.

Beck nepovolil. V roce 1932 podnik svolil aspoň ke zkušebnímu tisku: pět set kusů. Rozdaly se a nikdo je nevracel. V lednu 1933 vyšla plná kapesní edice s mimořádným nákladem 750 000 výtisků — a po měsíci se muselo dotiskovat.

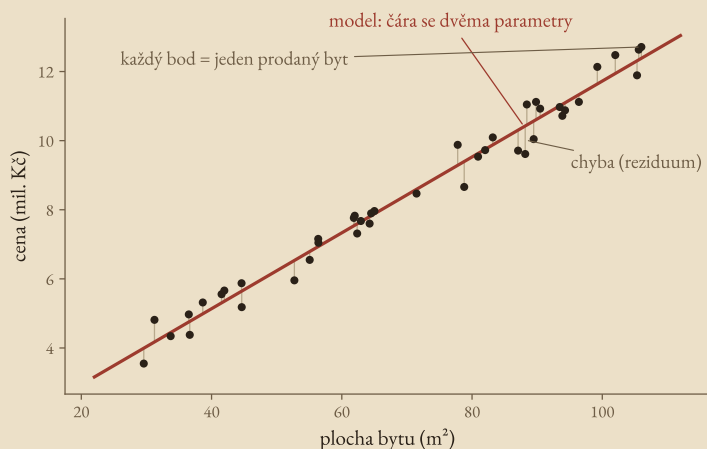
Ta mapa je přitom „špatně“. Vzdálenosti na ní lžou; daleká předměstí na ní leží co by kamenem dohodil od centra. Jenže cestující v tunelu žádnou vzdálenost nevidí — potřebuje vědět jediné: kde přestoupit. Beckova mapa lže přesně tam, kde na tom

nezáleží, a mluví pravdu v jediné věci, na které záleží: co je spojeno s čím. Topologie sedí. Z odmítnutého náčrtu se stal nejnepodobanější kus grafického designu dvacátého století.



Celá tahle kapitola je o tom, že Beckův trik má jméno. Říká se mu **model** — a stroje se dnes neučí nic jiného než kreslit Beckovy mapy dat. Ale začni pozorováním, které zvládne dítě u pekaře: větší rohlík stojí víc. Nikdo ti nemusel dávat ceník — viděl jsi pár rohlíků, pár cen, a v hlavě se ti udělala čára. Když pak uvidíš rohlík obří, cenu *odhadneš*, i když jsi ji nikdy neviděl. Gratuluju: právě jsi provedl strojové učení, jen bez stroje.

Zkusme to samé s byty. Na trhu se prodalo dvaadvacet bytů; u každého známe plochu a cenu. Nakresli si je jako body — a polož si otázku, kterou začíná celý tenhle obor: **kdyby přišel byt, který v datech není, kolik bude stát?**



model — zjednodušení světa, které se dá použít k predikci. Beckova mapa tvých dat: mapa, ne území — záměrně vynechává skoro všechno.

parametr — číslo uvnitř modelu, které se učením mění; vždy má jednotky. Naše čára má dva: sklon a posun.

Přímce proložené daty se říká lineární regrese — historicky první model všech učebnic.

Ta červená čára je *celý* náš stroj. Jmenuje se model a je to Beckova mapa našich dvaadvaceti bytů: ze všeho, co dělá byt bytem — dispozice, patro, výtah, sousedi, plíseň v koupelně — si nechává jedinou veličinu, plochu. Všechno ostatní vyhodila, stejně jako Beck vyhodil zatáčky tunelů. Čára má dvě ladicí kolečka: sklon a posun. Říká se jim **parametry** a jsou to jediná dvě čísla, která smí stroj měnit.

A co znamená, že se čára „naučí“? Podívej se na tenké svíslé čárky mezi body a čarou. Každá je **chyba** — o kolik u konkrétního bytu mapa lže; odborně *reziduum*. **Učení není nic tajemného: otáčeš čarou a posouváš ji tak dlouho, dokud součet chyb neklesne na minimum.** Stroj nedělá nic chytřejšího — jen to zvládne přesně a za milisekundu.

Celý předchozí odstavec ve třech řádcích pseudokódu — a je to rozhraní každého učícího se stroje, od přímky po neuronovou síť:

```
model = přímka()
model.nauč_se(plocha, cena)
model.predikuj(65 m2) → 7,88 mil. Kč
```

`nauč_se` dělá přesně to, co jsme popsali: hledá parametry, při kterých je chyba nejmenší. Schválně je to zvrtné sloveso — model se učí sám z dat, nikdo mu vědění nenalévá. `predikuj` pak už jen dosadí do čáry. A naučené parametry nejsou černá skříňka; dají se přechít a mají jednotky. Sklon 109 788 Kč/m² říká, že každý metr čtvereční přidává bezmála sto deset tisíc; posun 745 000 Kč je cena pomyslného bytu o nulové ploše. Model není kouzlo — jsou to dvě čísla s jednotkami.

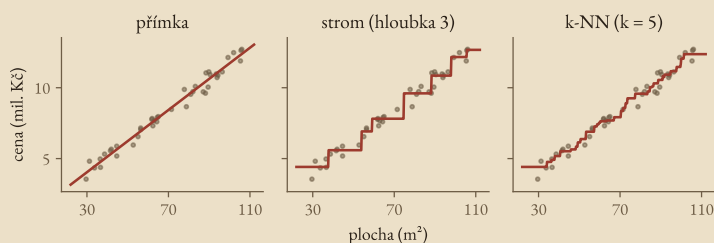
V praxi: knihovna scikit-learn, pět řádků — jména jako fit/predict místo nauč_se/predikuj. Rozhraní je stejné; český ho tu píšeme proto, aby ho přečetlo batole i Einstein.

Predikce je nájem, kterým model platí za svou existenci. Uvnitř dat funguje skvěle: byt 65 m² neviděl, a přesto řekne 7,88 milionu — a trefí se. Jenže zkus 400 m²: čára poslušně řekne 44,7 milionu. Možná. A možná je to palác, kde ceník bytů dávno neplatí. **Uvnitř rozsahu dat model interpoluje; venku extrapoluje — a tam už jen doufá.** Čára neví, co je byt. Neví, co jsou peníze. Zná jen dvaatřicet teček a svou pravítkovou duši.

Extrapolace v praxi: model naučený na bytech 26–108 m² ochotně „ocení“ i fotbalové hřiště. Sebejistota mu nechybí — chybí mu svět. Zapamatuj si to: velký jazykový model v kapitole 15 je pořád model s parametry a chybou — jen předpovídá slova místo cen.

Zoo tvarů

Přímka je jen jeden způsob, jak svět zjednodušit. Strom rozhodne pár otázkami („je to nad 70 m²?“) a v každé přihrádce si pamatuje průměr — vznikne schodiště. Metoda k-NN — k nejbližších sousedů — se nezaťžuje tvarem vůbec: „najdi pět nejpodobnějších bytů a vezmi průměr jejich cen.“ Stejná data, tři různé filozofie zjednodušení:



Který tvar je *správný*? Špatná otázka — žádný z nich není svět; jsou to tři mapy téhož území. Lepší otázka, a na ni odpovídá celá příští kapitola: který z nich se **naučil** a který se jen **našprtal** dvaatřicet teček nazpaměť? Všimni si, že schody stromu i vlnovka k-NN kopírují

Všechny tři tvary mají totéž rozhraní nauč_se/predikuj — vyměnit filozofii zjednodušení znamená přepsat jeden řádek: model = strom(). To není detail, to je pointa: modely jsou vyměnitelné díly, ne osobnosti.

data ochotněji než přímka. Zatím si nech v hlavě vrtat červíka: ochota kopírovat nemusí být ctnost. V kapitole 11 ten červík dostane jméno.

Náš model se mylí průměrně o 440 tisíc korun. Realitní makléř by řekl, že je to skvělé; majitel oceňovaného bytu, že je to skandál. Boxova věta z čela kapitoly není bonmot, ale účetnictví: užitečnost je vždycky něčí — a než řekneš „model funguje“, dopověz komu.



EINSTEIN · MATEMATIKA — přeskočitelné

Slovy: hledáme sklon a a posun b , které minimalizují součet čtverců chyb — veličinu, které se tady ve věži říká plným jménem **ztrátová funkce**. Je to nejdůležitější vzorec celé knihy, protože v různých převlecích tě potká ještě mnohokrát:

$$J(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2$$

Proč zrovna čtverce? Za prvé trestají velké chyby víc než malé; za druhé má pak J tvar hladké mísy — a mísa má jediné dno. V minimu jsou obě parciální derivace nulové:

$$\frac{\partial J}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n x_i (y_i - ax_i - b) = 0$$

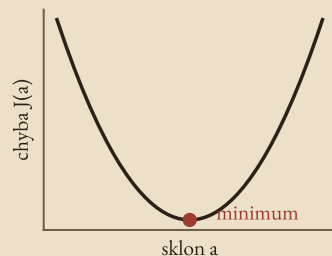
$$\frac{\partial J}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b) = 0$$

Dvě rovnice, dvě neznámé — **normální rovnice**. Řešení se dá napsat rovnou:

$$\hat{a} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\text{var}(x)}$$

$$\hat{b} = \bar{y} - \hat{a}\bar{x}$$

Sklon je poměr toho, jak se x a y hýbou spolu, ku tomu, jak se hýbe x samo; posun jen prožene čáru těžištěm dat $(\bar{x}, \bar{y})$. Žádná iterace, žádné tajemství — uzavřený tvar. A kde uzavřený tvar neexistuje (u větších modelů skoro nikdy), zbývá **gradientní sestup**: postav se kamkoli na stěnu mísy a krokuj proti gradientu — sestup z kopce v mlze, kdy nevidíš údolí, ale cítíš spád pod nohama. Hladká mísa zaručí, že obě cesty skončí na tomtéž dně.



Mísa chyby J pro různé sklony a : hladká, jediné dno. Gradientní sestup z věže o kus níž není nic než kulička puštěná po téhle stěně.



A hlubší důvod pro čtverce. Předpokládej, že ceny vznikají jako $y_i = ax_i + b + \varepsilon_i$ s gaussovským šumem $\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Logaritmus věrohodnosti dat je pak

$$\log P(\text{data} \mid a, b) = -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2 + \text{konst.}$$

Maximalizovat věrohodnost znamená minimalizovat součet čtverců — **metoda nejmenších čtverců je maximální věrohodnost (maximum likelihood) pod Gaussem**. A obecný rámec, do kterého tahle kapitola potají patří, je **minimalizace empirického rizika**:

$$\hat{f} = \arg \min_{f \in \mathcal{F}} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L(y_i, f(x_i))$$

Vyber třídu funkcí $\mathcal{F}$ — čáry, stromy, síť. Zvol ztrátovou funkci L . Hledej minimum. Celé strojové učení, včetně velkých jazykových modelů z kapitoly 15, je tahle jedna věta.

DEMO

lesk-a-bida-vibecodingu.gaussalgo.com/d/fit-primky

Otáčeš čárou sám a sleduj součet čtverců — pak pusť gradientní sestup a závoď s ním.

Shrnuto: model je Beckova mapa tvých dat — zjednodušení s laditelnými čísly, učení je minimalizace chyby a predikce je splátka nájmu. Zbývá nepříjemná otázka. Čára měřila svou chybu **na bytech, které viděla**. Jenže kdo umí zpaměti odpovědi z loňské písemky, ještě nic neumí — pozná se až u písemky letošní. Jak vyzkoušet čáru z látky, kterou neviděla? To je celá příští kapitola.

„Jak bych poznal, že se pletu?“

Konkrétní test k této kapitole: schovej před modelem pětinu bytů, natrénuj ho na zbytku a nech ho schované byty ocenit. Rozdíl mezi jeho chybou „doma“ a chybou na schovaných datech ti řekne, jestli ses právě dozvěděl něco o trhu s byty — nebo jen o svých dvaachtyřiceti tečkách.